Міністерство освіти і науки України

Державний вищий навчальний заклад
«НАЦІОНАЛЬНИЙ ГІРНИЧИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

Кафедра прикладної економіки та підприємництва

Опорний конспект лекцій та методичні вказівки
до самостійного опанування дисципліни
«Економіко-математичні модели та методи прийняття рішень»
для студентів спеціальності:
Галузь знань: 28 «Публічне управління та адміністрування»
Спеціальність: 281«Публічне управління та адміністрування»
.

Дніпро
2017

Опорний конспект лекцій та методичні вказівки до самостійного опанування дисципліни «Економіко-математичні моделі та методи прийняття рішень» для студентів спеціальності Галузь знань: 28 «Публічне управління та адміністрування», Спеціальність: 281«Публічне управління та адміністрування» / Упоряд.: Тимошенко Л.В., Шапошнікова О.М – Д.: НГУ, 2017. – 40 с.

Упорядник:
Л.В. Тимошенко, доц., канд. екон. наук,
О.М. Шапошнікова, доцент, кандидат наук з державного управління.

Затверджено на засіданні кафедри прикладної економіки
(№1 від 30 серпня 2017 р.).

ЗМІСТ

Стор.

1. Зміст дисципліни та цілі лекційних модулів.....
2. Рекомендована література.....
3. Цілі вивчення тем, опорний конспект лекцій та запитання для перевірки знань.....

Принципи побудови та класифікація економіко математичних моделей……..

Кореляційні моделі……..

Теорія масового обслуговування……

Одноканальна СМО з відмовами……

Математичні методи прогнозування……..

Оптимізаційні економіко-математичні моделі…….

Динамічні моделі задач управління……

Прийняття управлінських рішень в умовах невизначеності……

Транспортна задача…….…….

Методи експертних оцінок……..

Етапи експертного оцінювання……..

Запитання для перевірки знань.....

1. ЗМІСТ ДИСЦИПЛІНИ ТА ЦІЛІ НАВЧАЛЬНИХ МОДУЛІВ

Мета: формування знань щодо методології та інструментарію побудови та адекватного використання різних типів економіко-математичних моделей і методів прийняття рішень.

Предмет: методологія та інструментарій економіко-математичного моделювання та аналізу економічних процесів, тенденцій та причинно-наслідкових зв'язків в економіці; теоретичні та практичні питання аналізу економічного ризику.

Основні завдання дисципліни: дисципліни є засвоєння студентами основних принципів та інструментарію щодо постановки задач, основних методів їх розв'язування та аналізу з метою широкого використання в економіці та підприємництві.

*У результаті вивчення дисципліни студент повинен **знати**:*

1) концептуальні засади, принципи і підходи до побудови економіко-математичних моделей;
2) основні класи математичних моделей, що використовуються для дослідження економічних процесів;
3) основні методи прийняття управлінських рішень та розв'язування задач.

*Студент повинен **уміти**:*

1) самостійно здійснювати постановку прикладних економічних задач;
2) визначати обсяг необхідної інформації для чіткої постановки та розв'язування прикладних економічних задач;
3) адекватно використовувати економіко-математичні моделі для розв'язування прикладних економічних задач;
4) використовувати інформаційні технології на базі ПЕОМ для розв'язування прикладних економічних задач;
5) здійснювати аналіз отриманих результатів, формувати та приймати на їх основі відповідні ефективні управлінські рішення.

2. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Вітлінський В. В. Моделювання економіки: Навч. посібник. – К.: КНЕУ, 2002.
2. Наконечний С.І., Савіна С.С. Математичне програмування: Навч.посіб. – К.: КНЕУ, 2003. – 452 с.
3. Наконечний С.І., Терещенко Т.О., Романюк Т.П. Економетрія: Підручник. – К.: КНЕУ, 2004. – 520 с.
4. Абчук В.А. Экономико-математические методы, С-П, “Союз”, 1999.
5. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высшая школа, 1986. – 317 с.
6. Бородич С.А. Эконометрика: Учеб. пособие. – Мн.: Новое знание, 2001. – 408с.
7. Вітлінський В.В., Наконечний С.І., Терещенко Т.О. Математичне програмування: Навч.-метод.посібник для самост.вивч.дисц. – К.: КНЕУ, 2001. – 248 с.
8. Горчаков А.А., Орлова И.В. Компьютерные экономико-математические модели, М.: “ЮНИТИ”, 1995.
9. Економічний ризик: ігрові моделі: Навч. посібник / В.В. Вітлінський, П.І. Верченко, А.В. Сігал, Я.С. Наконечний; За ред. В.В. Вітлінського. – К.: КНЕУ, 2002. – 446 с.
10. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике. – М.: ДИС, 1997. – 365 с.
11. Збірник задач з курсу “Математичне програмування”. Ч.2. /Укл.: С.І.Наконечний, В.В.Вітлінський та інш. – К.: КНЕУ, 1998. – 224 с.
12. Исследование операций в экономике (Под ред. Кремера). – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997. – 407 с.
13. Колемаев В.А. Математическая экономика. – М.: ЮНИТИ, 1998. – 240 с.
14. Мазаракі А.А., Толбатов Ю.А. Математичне програмування в Excel: Навч. посіб. – К.: Четверта хвиля, 1998. – 208 с.
15. Хазанова Л.Э. Математическое моделирование в экономике, М, “БЕК”,1998.
16. Ястремский А.И. Стохастические модели математической экономики. – К., 1983.

Лекція 1. Тема. 1. Принципи побудови та класифікація економіко математичних моделей.

1.1. Загальні відомості. Для сучасної математики характерне інтенсивне проникнення в інші галузі знань, зокрема в економічні науки. У більшості випадків цей процес протікає завдяки диференціації математики на ряд самостійних галузей знань. Мова математики виявилася універсальною, що репрезентує об'єктивне відображення універсальності економічних законів навколишнього середовища.

Економіка як наука про об'єктивні причини розвитку суспільства ще з ранніх часів у своїх діяльності користується різноманітними кількісними характеристиками, і тому вона акумулювала в собі велике число математичних методів. Більш того, активність економічних досліджень стає рушійною силою для математиків у подальшому розвитку математичного інструментарію. Сьогодні в економічній науці на перший план ставиться математична модель як дієвий інструмент дослідження та прогнозування розвитку економічних процесів і явищ.

Математичну модель можна представити як внутрішньо-замкнуту систему математичних співвідношень без протиріч, яка служить дієвим інструментом відтворення певного класу якісних або кількісних функціональних характеристик, властивих економічному процесу чи явищу, що вивчається. Вона розвиває наші уявлення про закономірності та взаємозв'язки економічних процесів і допомагає формуванню наукового мислення та навичок порівняльного аналізу на новому, більш високому рівні. Тому для визначення характерних особливостей класу математичних моделей, які застосовуються в економіці, використовується термін «економіко-математичне моделювання».

Можна стверджувати, що економіко-математичне моделювання за останні десятиліття сформувалося в окрему міждисциплінарну область знань із властивими їй об'єктами, підходами та методами дослідження. У зв'язку з цим все більш актуальним постає завдання цілеспрямованої підготовки спеціалістів-аналітиків у вищих навчальних закладах.

Щоби вільно володіти цим інструментарієм, потрібно насамперед опанувати знання з базових економічних дисциплін, тобто засвоїти об'єктивні закономірності, які діють у ринковому середовищі. В курсі «Математика для економістів» студентів навчають аналізувати взаємодію елементів у складних системах, висувати та перевіряти гіпотези відносно їхнього розвитку в динаміці та просторі.

Знання інформатики та грамотне володіння комп'ютером дають можливість швидко та безпомилково продемонструвати теоретичні припущення у вигляді кількісних і якісних оцінок, а також вміло використати програмні продукти.

Враховуючи все вищезгадане, очевидно, що економіко-математичне моделювання як навчальна дисципліна поєднує теорію трьох дисциплін – економіки, математики та інформатики. Дисципліна показує, як застосовувати набуті знання до вирішення конкретних виробничих або інших ситуацій, головною метою яких є безкризове, стабільне функціонування відповідних інституцій при будь-яких змінах навколишнього ринкового середовища. Зрозуміло, що економіко- математичне моделювання як методологія та інструментарій у жодному разі не заперечує згадані дисципліни і не конкурує з ними, а, навпаки, синтезує та доповнює їх.

Як бачимо, предметом навчальної дисципліни є інструментарій математичних методів, який застосовується до формалізації завдань реальних предметних областей, побудови моделей, знаходження їхніх оптимізаційних

розв’язків і вироблення прогнозних рішень. При цьому об’єктом дослідження виступає економіка предметних областей разом із її структурними складовими.

Мета та завдання навчальної дисципліни полягають у формуванні в студентів системи знань з математичних методів і в набутті теоретичних основ і практичних навичок з питань постановки, розв’язування оптимізаційних та управлінських задач економіки інструментарієм математичних методів.

Процес планування, управління і прийняття рішень на всіх рівнях є комплексом взаімосвя¬занних інженерно-економічних завдань, до яких отко¬сятся облік, аналіз, прогноз, оцінка, оптимізація і постро¬еніе плану виробництва.

Облік складається в нагромадженні інформації про роботу пред¬пріятія в поточному (звітному) періоді за основними пока¬зателям- обсягу продукції, її якості, використання обладнання, витрат трудових і матеріальних ресур¬сов і т. Д.

Аналіз полягає у встановленні причин відхилень звітних показників від планових, а також виявленні стримуючих факторів і невикористаних резервів в роботі підприємства.

Для отримання якісних планових і управленче¬ских рішень необхідно застосовувати методи колічествен¬ного аналізу, засновані на побудові і дослідженні економіко-математичних моделей. В основі таких моде¬лей лежать математичні співвідношення, що зв'язують еко¬номіческіе показники господарської діяльності пред¬пріятія або його підрозділів і матеріально-технічні умови виробництва.

Гірниче підприємство є надзвичайно складну економічну систему. У той же час економіко-математична модель повинна бути досить простий і доступній для огляду, тому при її побудові фактичну сітуа¬цію зазвичай спрощують, розглядаючи тільки головні пока¬зателі і найбільш важливі властивості об'єкта. При цьому не¬обходімо уникати як надмірного спрощення дійсно-ності, так і зайвої її деталізації.

Після складання економіко-математичної моделі виникає необхідність в її аналізі і рішенні соответст¬вующей математичної задачі для отримання колічест¬венних значень показників. Застосовуваний тут матема¬тіческій апарат кількісного ^ розрахунків називається економіко-математичними методами. Важливим фактором ефективного застосування цих методів на виробництві є використання обчислювальної техніки.

Таким чином, предмет курсу «Економіко-математі¬ческіе методи і моделі» -це кількісна оцінка економічних процесів і явищ з метою підвищення ефективності виробництва.

1.2. Коротка характеристика економіко-математичних методів

Економічні та техніко-організаційні процеси можна кількісно описати за допомогою математичних співвідношень, що утворюють економіко-тіатематіческую мо-дель об'єкта. Вона відображає характерні особливості, прі¬сущіе досліджуваному об'єкту (гірському підприємству), з тим або іншим ступенем деталізації.

Економіко-математичні моделі, які застосовуються в пла-нировании і управлінні, поділяють на оптімізаціон¬ние і інформаційні (рис. 1).

Оптимізаційні моделі містять опис умов функціонування об'єкта. Ці умови, що виражаються у вигляді рівнянь або нерівностей, є обмеження завдання і відображають баланс матеріальних, тру¬дових, фінансових та інших ресурсів. Мета функціоніро¬вання задається у вигляді функціоналу, який повинен до-. сти (ь оптимального значення при значеннях аргументів, що відповідають умовам функціонування. Особен-ністю оптимізаційних моделей є наявність боль¬шого (в

деяких випадках нескінченно великого) коли ** пра допустимих рішень, з яких слід виділити оптимальне.

Інформаційні моделі містять вихідні дані (інформацію), необхідні для прийняття рішень. Ті¬пічним прикладом таких моделей є корреляціон¬ние, що подаються регресійні залежності між факторними і результативними ознаками. Таким обра¬зом, інформаційні моделі дозволяють встановити коли * якісно взаємозв'язок між різними техніко-еко¬номіческімі показниками. У цих моделях функціоні¬рованіе досліджуваного об'єкта описується в вигляді аналітичних-чеських рівнянь (наприклад, регресійних), за допомогою яких встановлюється кількісна взаємозв'язок меж¬ду системами вхідних і вихідних параметрів.

Рис. 1. Класифікація економіко-математичних моделей

Економіко-математичні моделі гірського виробництва В основу класифікації економіко * математічесжіх ме¬тодов, застосовуваних при вирішенні завдань планування і управління, покладено математичний апарат, іспользуе¬мий для побудови моделей. Якщо в моделі враховується фактор випадковості, то для її опису і дослідженні вдаються до імовірнісних (стохастическим) математіче¬скім методам. У тих випадках, коли причинно-наслідкові зв'язки в моделях взаємообумовлені і виражені аналіті¬ческі, т. Е. Фактор випадковості вважається несуттєвим, для опису і дослідження інженерно-економічних завдань використовують детерміновані математичні ме¬тоди.

Лекція 2. Тема 2. Корреляційні моделі.

2.1. Загальні відомості й теоретичні положення

Більшість економічних процесів і явищ є результат безлічі одночасно діючих і взаємопов'язаних факторів. На гірничодобувних підприємствах вихідні параметри (собівартість видобутку, продуктивність праці і т. Д.) Складаються під впливом комплексу гірничо-геологічних, гірничо-технічних, організаційних і соціально-економічних чинників. Різноманіття цих факторів обумовлює імовірнісний характер вихідних параметрів.

Наприклад, найважливіший вихідний параметр - собівартість видобутку 1 т корисної копалини - залежить від рівня механізації, продуктивності праці, концентрації гірничих робіт та інших технічних і організаційних факторрв. У свою чергу, продуктивність праці залежить від кваліфікації робітників, показників використання гірничої техніки, гірничо-геологічних умов і т. д.

За таким же принципом економічні показники поділяються на факторні і результативні.

Результуючі показники називають результативними ознаками і позначають у,

а показники, що впливають на їх значення, - факторними і позначають х. Очевидно, що значення результативної ознаки формується під впливом великої кількості факторних ознак, які в кожній конкретній ситуації приймають випадкові значення в межах певного діапазону.

Велику роль в пізнанні навколишньої дійсності, постійному уточненні й поглибленні знань людини про все більш нові її сторони і властивості відіграє кількісний аналіз, що базується на приматі якісного дослідження причинно-наслідкових зв'язків між явищами.

Розрізняють два види залежності між економічними явищами і процесами:

- функціональні, коли зміна однієї змінної Х (аргументу, чинника) на одиницю свого вимірювання зумовлює зростання або зменшення іншої змінної У (функції) на певну величину, тобто для кожного можливого (допустимого) значення Х відповідає цілком певне значення У;

- стохастичні (вірогідність), при яких зміна однієї випадкової величини Х викликає зміну ряду розподілу (середнього значення) іншої У, тобто кожному функціональному значенню аргументу відповідає статистичний розподіл функції і навпаки.

Функціональну (жорсткі, однозначні) залежність не слід змішувати з формулами, що використовуються для обчислення різних статистичних показників, оскільки перші характеризують одну з багатоманітних (об'єктивних) форм зв'язку між явищами і процесами в природі і суспільстві, а другі – формальний (арифметичний) підхід до оцінки отриманих результатів, часто у вигляді ланцюга співмножників.

В економіці доводиться досліджувати явища, які грають імовірнісний характер; витрати часу на одиницю роботи; простій устаткування (рухомого складу) за певний відрізок часу; собівартість продукції (послуг) та ін.

Стохастична залежність може бути суттєвою, тобто обумовлена внутрішньо властивими даному явищу причинами, і несуттєвими, які викликані дією зовнішніх (випадкових) причин (середовищем); безпосередніми і опосередніми, стійкими і нестійкими, сильними і слабкими, простими (між двома змінними) і складними (між залежною змінною У і декількома чинниками-аргументами x1,x2,…,xn).

До розділу математико-статистичного моделювання, заснованого на логіці масових явищ, відноситься регресійний і кореляційний аналіз, який застосовується при вирішенні задач організації і нормування праці, планування в галузях житлово-комунального господарства, управління і прогнозування виробництва (послуг).

Використання методів кореляції і регресії базується на математико-статистичній обробці вибіркових даних. Завдання дослідника полягає у виявленні закономірностей, що приховані за похибками вимірювання, помилками спостереження, випадковими причинами, зробити ці закономірності більш очевидними, абстрагувати від всього другорядного, незначного і концентруючись на найважливішому, суттєвому.

Поняття кореляції з'явилося в середині XIX ст. завдяки роботам Ф.Гальтона і К.К.Пірсона.

Після ознайомлення з книгою Ч.Дарвіна «Походження видів» у 1859г. Ф.Гальтона стала обіймати думка про те, чому люди з покоління в покоління не сильно розрізняються за виглядом, ростом і природними здібностями. У 1885г. вийшла робота Ф.Гальтона «Регресія у напрямі до загального середнього розміру при дослідженні росту», в якій він приходить до висновку, що ознаки батьків не повністю

успадковуються дітьми. Введене ним поняття регресії означає рух назад у напрямку до середнього.

Кореляція як формально-статистичний метод не може розкрити причинно-наслідковий зміст зв'язків, вказати, яке явище приймати як причину, а яке як наслідок. Питання про наявність причинних відносин між явищами в кожному конкретному випадку розв'язується, виходячи з логіко-професійних міркувань, які повинні передувати кореляційному аналізу. Проте це не виключає того, що пояснення причини і наслідку можна отримати після емпіричного опису зв'язку.

Приклади: зв'язок між зростанням продуктивності праці і заробітною платою; між числом пожеж і розміром урожаю.

Регресія – це одностороння стохастична залежність між випадковими величинами, в якій кожному значенню Х відповідає ряд значень У і, навпаки; кожному значенню У – безліч значень Х. На відміну від кореляційної, функція регресії необоротна. Це обумовлено наступними обставинами:

- спрямованістю і видом зв'язку між явищами;
- метою і завданнями дослідження, якщо за значеннями змінної, вибраної як аргумент, необхідно передбачити відповідне значення функції;
- необхідністю виявлення найбільш суттєвих чинників, що впливають на досліджувану функцію.

Слід розрізняти:

- причинні зв'язки між явищами, коли Х – причина, а У – наслідок, або Х>У (врожайність і кількість опадів, добрив);
- причинні зв'язки між явищами, між якими існує взаємодія, або У-Х (продуктивність праці і заробітна плата);
- непрямі зв'язки, коли досліджувані явища безпосередньо не мають причинно-наслідкових відносин, а мають загальну причину тобто (вік чоловіків і жінок, які беруть шлюб);
- помилкові (абсурдні) зв'язки, які виходять при формальному підході до досліджуваних явищ, без з'ясування причин, що обумовлюють даний зв'язок (число пожеж у країні – причиною є засуха). Ці зв'язки частіш за все обумовлені відсутністю попереднього їх аналізу, неправомірною (некоректною) розмірністю досліджуваних змінних (абсолютні величини) – продуктивність праці і чисельність трудящих.

Регресійну модель слід розглядати як математичний вид реального закономірного зв'язку. В економічних дослідженнях представляє інтерес не просто вивчення взаємозв'язків процесів і явищ, а кількісний вид цих взаємозв'язків. Тому до моделі перш за все ставиться вимога найбільшої відповідності характеру досліджуваного процесу, можливості економічної інтерпретації всіх його параметрів і наближення розрахункових результатів до досліджених даних. Звідси значне підвищення вимог до точності, надійності й адекватності кожного параметра моделі в цілому.

Процес кореляційного і регресійного аналізу складається з таких послідовних етапів:

- попередні угрупування статистичних даних і виявлення форми зв'язку;
- складання рівнянь парної регресії за кожним чинником;
- оцінки тісноти зв'язку, надійності й достовірності отриманої залежності;
- розробки регресійної багатофакторної моделі явища, що вивчається, оцінки її точності й визначення сили впливу врахованих чинників;
- аналіз досліджуваного явища (показників) за допомогою складеного тижня.

Дані подібного аналізу можна розглядати як основу при оцінці протікання

досліджуваного процесу.

2.2. Обґрунтування форми зв'язку змінних і розрахунок параметрів теоретичної лінії регресії

Після попередньої обробки статичних даних приступають до складання рівняння регресії У за кожним аргументом Х. Загальна схема послідовних дій полягає в наступному:

- за дослідженими даними складатися кореляційна таблиця і кореляційне поле в звичайній декартовій координатній сітці;

- обчислюються середні $\bar{Y}_{xi}$ і будується емпірична лінія регресії $\bar{Y}_{cp}$ по Хі, що характеризує зміну середнього значення функції під впливом чинника аргументу.

Середні інтервальні значення $\bar{Y}_{cp}$ визначаються за допомогою співвідношення

$$\bar{Y} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}.$$

Доцільно використовувати спрощений спосіб обчислень шляхом переходу до нових значень функції

$$\overline{Y_i'} = \frac{Y_i - C_{yi}}{\Delta Y},$$

де Суі – вибраний центр переходу до нових значень. Перетворені змінні переводяться в натуральні:

$$\overline{Y}_{cp} = \overline{Y}'_{cp} \cdot \Delta Y + C_y, \qquad (2.3)$$

де ΔY – величина інтервалу.

Середні інтервальні значення функції $\overline{Y}_{cp}$ відображаються на кореляційному полі у вигляді точок із середини інтервалів зміни Хі.. Потім ці точки з'єднуються і отримана ламана лінія має назву емпіричної. Її зигзаги сильніше виявляються в інтервалах з малою кількістю спостережень. За законом великих чисел можна стверджувати, що емпірична лінія регресії все більше згладжуватиметься при зростанні числа спостережень.

Граничне положення емпіричної лінії регресії, до якого вона прагне при необмеженому збільшенні числа спостережень має назву теоретичної лінії регресії, а процес її знаходження – вирівнюванням емпіричної лінії регресії.

Суттєву роль в кореляційному аналізі відіграє підбір форми математичного рівняння, що найкращим чином описує досліджуваний процес.

Математичні функції $\overline{Y} = f(x_i)$ для опису залежності можуть бути найрізноманітнішими. Найширше розповсюдження знайшли лінійні рівняння регресії виду

$$\overline{Y} = kx_i \pm b.$$

2.3. Оцінка тісноти, суттєвості й лінійності (нелінійності) зв'язку між змінними

Тіснота зв'язку між змінними характеризується ступенем відхилення (розсіяння) досліджуваних точок біля теоретичної лінії регресії. Чим ближче окремі спостереження розташовані до теоретичної лінії регресії, тим більше повна

залежність у по х.

Кутовий коефіцієнт лінійного кореляційного зв'язку між у і х, який показує, на скільки одиниць в середньому зміниться функція, якщо аргумент збільшується (зменшується) на одиницю свого вимірювання не може служити показником тісноти зв'язку між змінними. У цьому випадку його чисельне значення залежить від прийнятих одиниць вимірювання змінних.

Для оцінки тісноти зв'язку між змінними використовується емпіричне кореляційне відношення (η2y/x), яке є часткою дисперсії (коливаємості) функції у за рахунок впливу даного аргументу х. У даному випадку загальна (повна) дисперсія розкладається на дві частини – дисперсію усередині кожного інтервалу зміни функції σ 2y/x, яка не залежить від впливу X, і дисперсію середніх значень функції $\delta^2_{\overline{y}}$, яка викликана впливом аргументу, тобто

$$\sigma 2y = \sigma 2y/x + \delta^2_{\overline{y}}. \qquad (3.14)$$

Звідси формула для оцінки тісноти зв'язку між змінними має вигляд

$$\eta^2_{y/x} = \frac{\sigma^2_{\widetilde{y}}}{\sigma^2_y} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\widetilde{y}_i - \widetilde{y}\right)^2}{\sigma^2_y}, \qquad (3.15)$$

а в разі згрупованих даних

$$\eta^2_{y/x} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\widetilde{y}_i - \widetilde{y}\right)^2 m_i}{\sigma^2_y}, \qquad (3.16)$$

де $\widetilde{y}$ I - розрахункове значення функції;

$\overline{y}$ - середнє значення функції за вибіркою;

n - обсяг вибірки;

к - кількість інтервалів зміни функції;

mi – число спостережень у в кожному інтервалі зміни.

Кореляційне відношення не залежить від одиниць вимірювання змінних, що вивчаються. Воно показує, яку частину загальної дисперсії σ2y можна віднести за рахунок зміни аргументу на одну σ2x.

Лекція 3. Тема 3. Теорія масового обслуговування

Теорія масового обслуговування (ТМО) вивчає процеси з опрацюванням часто повторюваних однорідних подій, які з'являються у системах виробництва, обслуговування та управління. Прикладом згаданих подій є заявки на підприємствах побутового обслуговування, передача та опрацювання інформації, операції на автоматизованих лініях виробництва тощо.

Предметом теорії масового обслуговування є встановлення та вивчення залежностей між характером потоку заявок, кількістю каналів обслуговування, продуктивністю окремого каналу та ефективним обслуговуванням з метою відшукання найкращих способів управління процесами обслуговування.

Дослідження системи масового обслуговування можна звести до побудови і вивчення деякого випадкового процесу, який описує еволюцію системи. Щоб математично описати СМО необхідно описати властивості потоку замовлень,

структуру системи, дисципліну і характеристики обслуговування, а також визначити ті характеристики, які потрібно знайти.

Багаточисельні розрахунки, здійснені під час розв'язування задач теорії масового обслуговування, засвідчують, що задовільний за точністю розв'язок можна отримати, припустивши, що всі потоки, які діють на систему, - пуассонівські, тобто процес функціонування системи є марковським випадковим процесом з неперервним часом. Тому будемо розглядати лише марковські моделі СМО.

Таким чином, системи масового обслуговування - системи, до яких у випадкові моменти часу поступають масові запити (вимоги) на обслуговування (виконання деяких видів послуг), при цьому вимоги, що надійшли, виконуються за допомогою наявних в розпорядженні системи каналів обслуговування.

Зауважимо, що поняття «обслуговування» та «канал обслуговування» є узагальнюючими, суть яких пов'язана із конкретними досліджуваними системами.

Оскільки потік вимог, час, витрачений каналом на обслуговування окремого замовлення, мають випадковий характер, то математичні моделі, побудовані для дослідження СМО, називаються стохастичними (ймовірнісними). Розглянемо основні складові елементи систем масового обслуговування:

- вхідний потік вимог - це сукупність вимог (заявок) на надання певної послуги, що надходять до системи. Вважається, що вимоги на обслуговування надходять у систему у випадкові моменти часу і утворюють пуассонівський потік з інтенсивністю λ;
- черга, що складається з вимог, які очікують на обслуговування;
- канали обслуговування, що об'єднуються в обслуговуючу систему, - технічні пристрої та люди, які забезпечують обслуговування однієї вимоги;
- вихідний потік вимог - це потік вимог, що залишають систему, отримавши чи не отримавши замовлену послугу. Вихідний потік у деяких СМО є вхідним для наступної групи приладів.

Серед важливих параметрів систем масового обслуговування - механізм та дисципліна обслуговування.

Роботу кожного каналу обслуговування характеризують тим часом, який витрачається на обслуговування одного замовлення. Загалом цей час є випадковим. Якщо розглядати найпростішу пуассонівську систему, то потік обслуговувань кожного каналу - найпростіший з інтенсивністю μ.

Інтенсивність потоку обслуговувань зазвичай визначають через середній час обслуговування одним каналом однієї вимоги $\mu = \frac{1}{\overline{t}_{обсл}}$ Вважатимемо, що всі канали мають однакову інтенсивність потоку μ обслуговувань μ. Крім того, вважатимемо, що замовлення може обслуговуватись будь-яким з каналів, тобто буд-який з її каналів доступний для замовника.

Важливим параметром системи масового обслуговування є також інтенсивність потоку замовлень λ. Потік замовлень вважатимемо найпростішим. Інтенсивність потоку замовлень визначають через середній інтервал часу між надходженнями двох замовлень $\lambda = \frac{1}{t_\lambda}$.

Дисципліна (алгоритм) обслуговування, тобто порядок розподілу замовлень між вільними каналами, встановлюється залежно від специфіки самої системи. Найпростіша з точки зору логіки -перший надійшов до каналу і першим був

обслужений, а за наявності черги - чекає свого часу на обслуговування. В інших випадках вимоги поділяються на пріоритетні і прості. В деяких системах вводиться кілька рівняв пріоритетності. Зокрема, при введенні двох рівнів пріоритетності вимоги поділяються на прості, з відносним і абсолютним пріоритетом. Вимоги з відносним пріоритетом мають перевагу в обслуговуванні над простими, а вимоги з абсолютним пріоритетом - над простими та вимогами з відносним пріоритетом.

Аналізуючи процеси, що відбуваються в системах масового обслуговування, можна зробити висновок, що між цими процесами, за певного рівня формалізації, і процесами, які фіксують зміни в певному обсязі популяції, за умови $\lambda_k = \lambda = const, \mu_k = \mu = const$, існує аналогія.

Дійсно, якщо в певному обсязі популяції збільшення обсягу на одиницю моделюється пуассонівським потоком, а зменшення на одиницю - моделюється показниковим законом, то в системах масового обслуговування зміна вимог в системі на одиницю також буде моделюватися відповідно пуассонівським потоком та показниковим законом розподілу. Отже, ймовірнісна модель, що побудована для процесу розмноження та вимирання, який відбувається при певному обсязі популяції, повністю відповідає процесу, що відбувається в системі масового обслуговування з одним обслуговуючим каналом, одним пуассонівським потоком вимог та показниковим розподілом часу обслуговування. На основі вказаної моделі будуються ймовірнісні моделі для більш складних систем масового обслуговування.

3.2. Класифікація систем масового обслуговування

Існує декілька видів систем масового обслуговування, що відрізняються особливостями надходження вимог і організації роботи обслуговуючих апаратів. Ще Ерланг звернув увагу на те, що у телефонії мають місце два основні типи систем - з очікуванням та втратами. У сучасній теорії масового обслуговування розрізняють значно більшу кількість типів систем.

За характером випадкового процесу, що відбувається в системі масового обслуговування, розрізняють марковські та немарковські системи. В марковських системах вхідний потік вимог і вихідний потік обслужених вимог є пуассонівськими, що дозволяє побудувати математичну модель системи. У випадку немарковських процесів задача дослідження системи масового обслуговування значно ускладнюється і такі системи, як правило, досліджують методами імітаційного моделювання.

Незалежно від характеру процесів, що відбуваються в системі масового обслуговування, розрізняють два основні види СМО:

- системи з відмовами, в яких заявка, що надійшла в момент часу, коли всі канали зайняті, миттєво отримує відмову і покидає систему (втрачається);
- системи з чергою (очікуванням), в яких заявка, що надійшла в момент часу, коли всі канали зайняті, становиться в чергу і чекає свого обслуговування (звільнення каналу).

Системи масового обслуговування з чергою поділяються на системи з обмеженим очікуванням і необмеженим очікуванням.

В системах з обмеженим очікуванням може обмежуватись довжина черги та час перебування у черзі.

В системах з необмеженим очікуванням заявка, що надійшла до системи в той час, коли всі канали були зайняті, стає в чергу та очікує обслуговування до того часу, поки звільниться канал для обслуговування даної заявки.

Всі системи масового обслуговування поділяються за кількістю каналів обслуговування:

- одноканальні системи;
- багатоканальні (n- канальні) системи.

Системи масового обслуговування поділяються також за кількістю етапів обслуговування:

- однофазні системи;
- багатофазні системи.

Якщо канали обслуговування розташовані послідовно, і вони неоднорідні, оскільки виконують різні операції обслуговування, то говорять про багатофазну систему масового обслуговування. Прикладом такої системи може бути обслуговування автомобілів на станції технічного обслуговування (миття, діагностування тощо)

В залежності від обмеження потоку вимог СМО поділяють на розімкнені і замкнені системи. На вхід розімкненої системи надходить деякий потік замовлень, причому джерела цих замовлень до складу системи не належать і їх стани аналізу не піддаються. У замкненій системі кількість джерел замовлень обмежена, а інтенсивність надходження замовлень залежить від станів джерел, зумовлених роботою системи загалом. Прикладом такої системи є робота гаража, в якому є *m* автомобілів і *n* місць ремонту. У випадку поломки машини її скеровують на ремонт, отже, інтенсивність потоку замовлень залежить від того, скільки машин у певний проміжок часу експлуатують.

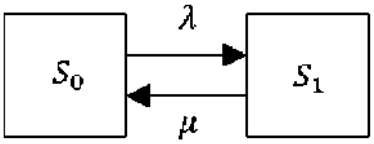
Наведена класифікація СМО є умовною. На практиці найчастіше зустрічаються системи масового обслуговування змішаного типу. У системах змішаного типу заявка, що надходить до системи, коли всі канали зайняті, стає в чергу та очікує обслуговування до певного моменту часу. Якщо у встановлений час обслуговування не почалось, то заявка залишає систему не обслуженою.

Лекція 4. Одноканальна СМО з відмовами

Розглянемо задачу. На вхід одноканальної системи масового обслуговування з відмовами подається найпростіший потік заявок з інтенсивністю λ. Потік обслуговування - також найпростіший з інтенсивністю μ. В початковий момент часу канал вільний. Необхідно знайти граничні ймовірності станів системи та показники її ефективності.

Розв'язання.

Аналіз роботи системи почнемо з розгляду можливих станів і побудови розміченого графа станів системи. Система S (СМО) має два стани: S_o - канал вільний; S_1 - канал зайнятий (йде обслуговування заявки). Граф станів якої зображено на рис. 4.1.



Користуючись розміченим графом системи S (рис. 1), складемо систему диференціальних рівнянь Колмогорова:

$$\begin{cases} p_0'(t) = -\lambda\, p_0(t) + \mu\, p_1(t), \\ p_1'(t) = \lambda\, p_0(t) - \mu\, p_1(t), \end{cases}$$

розв'язок якої з початковими умовами: $p_0(0) = 1, p_1(0) = 0$, повинен задовольняти нормувальну умову $p_0(t)+p_1(t) = 1$. Для фінальних ймовірностей станів p_0 і p_1 в стаціонарному режимі система алгебраїчних рівнянь для матиме вигляд

$$\begin{cases} \lambda p_0 = \mu p_1, \\ \mu p_1 = \lambda p_0. \end{cases}$$

З урахуванням нормувальної умови $p_0 + p_1 = 1$, отримаємо

$$\begin{cases} \lambda p_0 = \mu p_1, \\ p_0 + p_1 = 1, \end{cases}$$

звідки

$$p_0 = \frac{\mu}{\mu + \lambda},$$

$$p_1 = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}.$$

Зауважимо, що ймовірність p_0 - це ймовірність обслуговування вимоги, оскільки канал є вільним, а ймовірність p_1 - це ймовірність відмови, оскільки канал зайнятий обслуговуванням попередньої вимоги.

Оскільки інтенсивність потоку замовлень λ визначають через середній інтервал часу між надходженнями двох замовлень $\lambda = \frac{1}{t_\lambda}$, а інтенсивність потоку обслуговувань μ через середній час обслуговування каналом одного замовлення $\mu = \frac{1}{\overline{t}_{обсл}}$, отримаємо $p_o = \frac{\overline{t}_\lambda}{\overline{t}_{обсл} + \overline{t}_\lambda}$, $p_1 = \frac{\overline{t}_{обсл}}{\overline{t}_{обсл} + \overline{t}_\lambda}$

Таким чином, граничні ймовірності p_0 і p_1 визначають середній відносний час перебування системи S у стані S_0 (канал вільний) і стані S_1 (канал зайнятий), тобто визначають відповідно відносну пропускну здатність системи та ймовірність відмови.

Отже,

$$Q = \frac{\mu}{\mu + \lambda}, \qquad P_{відм} = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}.$$

Абсолютну пропускну здатність системи знайдемо за формулою:

$$A = \lambda Q = \frac{\lambda \mu}{\mu + \lambda}.$$

Після введення позначення $p = \frac{\lambda}{\mu}$ зведена інтенсивність завантаження каналу, формули (5), (6), (7) можна подати у вигляді:

$$Q = \frac{1}{1 + \rho}, \quad P_{відм} = \frac{\rho}{1 + \rho}, \quad A = \frac{\lambda}{1 + \rho}.$$

N-канальна смо з відмовами

Розглянемо задачу. На вхід *n*-канальної системи масового обслуговування подається найпростіший потік заявок з інтенсивністю λ. Потік обслуговувань кожного каналу - також найпростіший з інтенсивністю μ. Якщо вимога застає всі канали зайнятими, то вона покидає систему необслуженою. Якщо ж вимога застає вільним хоча б один канал, то вона приймається на обслуговування будь-яким з

вільних каналів і обслуговується до завершення. Описану систему масового обслуговування називають класичною. Розгляд такої системи Ерлангом зумовив розвиток теорії масового обслуговування (на прикладі дослідження роботи телефонної станції).

Аналіз роботи системи почнемо з розгляду можливих станів системи і побудови розміченого графа. Множина станів системи *S* (СМО) має вигляд:

S_0 - усі канали вільні;

S_1 - зайнятий лише один канал (обслуговується одна вимога);

S_k - зайнято *k* каналів (обслуговується k вимог);

S_n - зайнято всі *n* каналів (обслуговується n вимог). Граф станів цієї системи зображено на рис. 2.

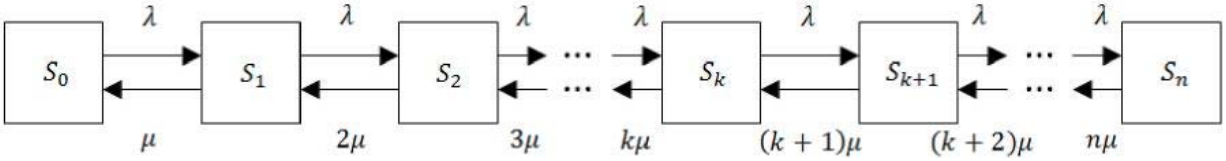


Рис. 4.2.

Зауважимо, що коли система перебуває у стані S_0, на неї діє потік вимог з інтенсивністю λ, який переводить систему у стан S_1. Якщо система перебуває у стані S_1, то на неї діють два потоки подій: потік вимог з інтенсивністю λ, який переводить систему у стан S_2, та потік звільнень каналу (потік обслуговувань) з інтенсивністю μ, який намагається перевести систему у стан S_0. У стані S_k, k = 1,2,...,n-1, на систему також діють два потоки: потік замовлень з інтенсивністю λ, який переводить систему у стан S_{k+1}, та потік звільнень всіх *k* зайнятих каналів з інтенсивністю $\kappa\mu$, який намагається перевести систему в стан S_{k-1}. У стані S_n на систему діє лише потік звільнень усіх *n* зайнятих каналів з інтенсивністю $n\mu$, який намагається перевести систему у стан S_{n-1}. Система диференціальних рівнянь Колмогорова має вигляд

$$\begin{cases} p_0'(t) = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t), \\ p_k'(t) = -(\lambda + k\mu)p_k(t) + \lambda p_{k-1}(t) + (k+1)\mu p_{k+1}(t), \\ k = 1,2,\ldots,n-1, \\ p_n'(t) = -n\mu p_n(t) + \lambda p_{n-1}(t), \end{cases}$$

з початковими умовами $p_0(0) = 1$, $p_k(0) = 0$, k = 1,2,...,n-1. Розв'язок системи (8) повинен задовольняти нормувальну умову $\sum_{k=0}^{n} p_k(t) = 1, t \geq 0$. Рівняння (8) називають рівняннями Ерланга, Вони справедливі і в тому випадку, коли потоки подій є нестаціонарними пуассонівськими з інтенсивностями $\lambda(t), \mu(t)$..

Для ймовірностей станів стаціонарного режиму отримаємо систему алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} -\lambda p_0 + \mu p_1 = 0, \\ -(\lambda + k\mu)p_k + \lambda p_{k-1} + (k+1)\mu p_{k+1} = 0, \\ k = 1,2,\ldots,n-1, \\ -n\mu p_n + \lambda p_{n-1} = 0, \end{cases}$$

яку потрібно розв'язати разом з нормувальною умовою $\sum_{k=0}^{n} p_k(t) = 1$. Після введення позначень $u_1 = -\lambda p_{i-1} + i\mu p_1, i = 1,2,...,n,$, система (9) набуває вигляду

$$u_1 = 0;\ u_{k+1} - u_k = 0,\ k = 1,2,...,n-1;\ u_n = 0,$$

звідки $u_i = 0,\ i = 1,2,....,n,$, тобто,

$$p_k = \frac{\lambda}{k\mu} p_{k-1}, k = 1,2,\ldots,n-1.$$

За формулою (10) послідовно отримаємо:

$$p_k = \frac{\lambda}{k\mu} p_{k-1} = \frac{\lambda^2}{k(k-1)\mu^2} p_{k-2} = \ldots = \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k p_0,\ k = 1,2,\ldots,n.$$

Використовуючи нормувальну умову

$$\sum_{k=0}^{n} p_k = p_0 \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k = 1,$$

отримаємо

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k} = \left[\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k\right]^{-1}.$$

Таким чином, граничні ймовірності станів стаціонарного режиму визначаються за формулами

$$p_k = \frac{\frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k}{\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k} = \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \left[\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k\right]^{-1},\ k = 0,1,\ldots,n,$$

які називають формулами Ерланга.

Після введення позначення $p = \frac{\lambda}{\mu}$ зведена інтенсивність завантаження каналу – середнє число заяв, що надходять у систему за середній час обслуговування однієї вимоги в одному каналі, формула (11) набирає вигляду

$$p_0 = \left(1 + \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda^2}{2!\mu^2} + \ldots + \frac{\lambda^n}{n!\mu^n}\right)^{-1} = \left(1 + \rho + \frac{\rho^2}{2!} + \ldots + \frac{\rho^n}{n!}\right)^{-1},$$

при цьому формули Ерланга можна записати у вигляді

$$p_1 = \rho p_0,\ p_2 = \frac{\rho^2}{2!} p_0, \ldots, p_n = \frac{\rho^n}{n!} p_0.$$

Перетворимо формули Ерланга (12), помноживши чисельник і знаменник дробу на e~p :

$$p_k = \frac{\frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k e^{-\rho}}{\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k e^{-\rho}} = \frac{P(k,\rho)}{R(n,\rho)},\ k = 0,1,\ldots,n,$$

де P(k,p), R(n,p) - табличні функції пуассонівського розподілу.

Зауважимо, що P(k,p) = R(n,p)-R(n-1,p). Формули (15) зручно використовувати при великих значеннях n .

Лекція 5. Тема 5. Математичні методи прогнозування

Головною проблемою життєдіяльності будь-якої країни є успішний розвиток національної економіки із одночасною соціальною захищеністю населення. Рішення, які приймають керівні органи країн для управління економікою, іноді зумовлюють негативні наслідки, тому передбачення цих наслідків і вибір найкращого шляху розв'язання в конкретній ситуації є головним завданням управління. З огляду на це підвищується роль науково обґрунтованих прогнозів.

Прогнози необхідні за двома основними причинами: майбутнє невизначене і повний ефект від багатьох рішень, що приймаються зараз, не відчуватиметься впродовж певного часу.

Закономірності прогнозування почали з'ясовувати лише впродовж останніх десятиліть. Цей факт пояснюється слабкою потребою в минулому практичної економіки в прогнозах, які б відображали реакцію об'єкта на управління. Постійний соціально-економічний розвиток суспільства потребує невпинного ускладнення процедури управління. За ринкових умов прогнозування стає одним із вирішальних наукових чинників формулювання стратегії й тактики суспільного розвитку.

У наш час прогнозування соціально-економічних процесів сформувалося у спеціальність, виникла нова галузь науки зі своєю специфічною методологією. У розвинених країнах створено інститути прогнозування суспільного розвитку.

Основними, або базисними, поняттями прогнозування є наступні.

Прогнозування соціально-економічних процесів (СЕП) - це наукова дисципліна, яка вивчає розроблення прогнозів розвитку національної економіки та соціальної сфери в майбутньому, ґрунтується на науковому пізнанні соціально-економічних явищ і використанні всієї сукупності методів, засобів і можливостей прогностики.

Прогноз - науково обґрунтоване судження стосовно можливих станів об'єкта в майбутньому, альтернативні шляхи і терміни їх здійснення. Прогноз має випадковий характер, та оскільки він будується на підставі аргументованих наукових уявлень про стан і розвиток об'єкта, здійснення його є доволі імовірним. Самі розробники прогнозу оцінюють його як очікуваний, імовірний стан об'єкта в майбутньому.

Процес розроблення прогнозів називають прогнозуванням. Подібно до будь-якого процесу трудової діяльності (зокрема й творчої) характер прогнозування визначають його суб'єкт і об'єкт, застосовувані засоби й методи, а також навколишнє середовище.

Варіант прогнозу – один з прогнозів, що становлять групу можливих прогнозів об'єкту прогнозування.

Метод прогнозування – спосіб дослідження об'єкту прогнозування,

направлений на розробку прогнозу.

Методика прогнозування – сукупність методів і правил розробки прогнозів конкретних об'єктів.

Система прогнозування – система методів прогнозування і засобів їх реалізації, функціонуюча відповідно до основних принципів прогнозування.

Види та призначення прогнозів, методи та параметри прогнозів

Однією із важливіших теоретичних проблем прогнозування є побудова типології прогнозів. Останню можна будувати залежно від різних критеріїв і ознак – цілей, завдань, об'єктів, методів організації прогнозування тощо. До найважливіших із них належать: масштаб прогнозування, характер об'єкта, функція прогнозу, змістом, дискретністю представлених результатів, періодом попередження.

Види прогнозів та їх призначення наведені в таблиці 1.1.

Таблиця 5.1 - Види прогнозів та їх призначення

№	Класифікаційна ознака	Вид прогнозу	Коментар (призначення прогнозу, його зміст)
1	Масштаб прогнозу	Макроекономічний	Народногосподарський: економіка держави вцілому.
		Структурний	- міжгалузевий; - міжрегіональний.
		Розвитку народно-господарська комплексів	- паливно-енергетичного; - агропромислового; - інвестиційного; - виробничої інфраструктури; - сфери обслуговування населення, тощо.
		Галузеві	Окрема галузь народного господарства.
		Регіональні	У розрізі областей, міст, селищ, сіл.
		Первинних ланок народно-господарських систем	- підприємств; - виробничих об'єднань; - окремих виробництв і продуктів.
2	Характер досліджуваних процесів	Розвиток виробничих відносин	
		Соціально-економічних умов і наслідків науково-технічного	
		Динаміки народного господарства	- темпи; - чинники; - структура.
		Відтворення трудових ресурсів, зайнятості і підготовки кадрів	
		Економічного використання природних ресурсів	
		Відтворення основних фондів і капітальних вкладень	
		Рівня життя населення	
		Фінансових відносин, доходів і цін	
		Зовнішніх економічних зв'язків	

3	Зміст прогнозу	Пошуковий	Прогноз, змістом якого є визначення: - можливих станів об'єкту прогнозування в
		Нормативний	- шляхів і термінів досягнення можливих станів (що приймаються як заданих)
		Комплексний	Прогноз, що містить елементи пошукового і нормативного прогнозів.
4	Способи прогнозування	Експертний	Оснований на мобілізації професійного досвіду й інтуїції експертів (не достатньо статистичних даних)
		Екстраполяція	Перенесення закономірностей минулого і сучасного розвитку на майбутнє.
		Моделювання	Дослідження пошукових і нормативних
5	Характер відбиваних властивостей	Кількісний	Прогноз, який базується на: - кількісних показниках.
		Якісний	- якісних показниках.
		Системний	- системному представленні об'єкту прогнозування.
6	Дискретність представлення результату	Інтервальний	Прогноз, результат якого представлений у вигляді: - довірчого інтервалу характеристики об'єкту прогнозування для заданої вірогідності здійснення прогнозу.
		Точковий	- єдиного значення характеристики об'єкту прогнозування без вказівки довірчого
7	Період попередження	Оперативний	Прогноз з періодом попередження для об'єктів прогнозування:- до 1 місяця.
		Короткостроковий -	- від 1 місяця до 1 року.
		Середньостроковий	- від 1 понад 3 років.
		Довгостроковий	- від 5 до 15 років.
		Далекостроковий	- понад 15 роки.
8	Ступінь детермінованості	Детерміновані (визначені або передбачувані)	Опис об’єкта без втрат інформації
		Стохастичні (імовірнісні)	Врахування випадкових складових для задоволення вимог точності та достовірності прогнозу
		Змішані	частково в детермінованому, частково в стохастичному вигляді
9	Характер розвитку об’єкта в часі	Дискретні (переривані)	Регулярна складова (тренд) яких зміюється стрибками у фіксовані моменти часу

		Аперіодичні	Опис регулярної складової у вигляді безперервної функції часу
		Циклічні	Опис регулярної складової у вигляді періодичної функції часу

За функціональною ознакою (спрямуванням прогнозування) розрізняють два типи прогнозів: пошуковий і нормативний.

Пошуковий прогноз ґрунтований на умовному продовженні в майбутнє тенденцій розвитку об'єкта, що вивчається в минулому і сучасному, абстрагуючись від можливих рішень, здатних радикально змінити ці тенденції (планів, програм тощо). Його завдання – з'ясувати, як розвиватиметься досліджуваний об'єкт за умов збереження наявних тенденцій.

Нормативний прогноз, на відміну від пошукового, розробляють на базі заздалегідь визначених цілей. Його завдання – визначити шляхи і терміни досягнення можливих станів об'єкта прогнозування в майбутньому, які визнано за мету. Якщо пошуковий прогноз при визначенні майбутнього стану об'єкта відштовхується від минулого і нинішнього, то нормативний прогноз здійснюється у зворотному порядку: від заданого стану в майбутньому до наявних тенденцій та зміни їх задля поставленої мети.

Під методами прогнозування слід розуміти сукупність прийомів і способів мислення, що дозволяють на основі ретроспективних даних зовнішніх і внутрішніх зв'язків об'єкта прогнозування, а також їх вимірювань в рамках даного явища або процесу вивести судження визначеного та достовірного щодо майбутнього стану та розвитку об'єкту.

В даний час налічується понад 150 різних методів прогнозування, з яких на практиці використовується 15-20.

Лекція 6. Тема 6. Оптимізаційні економіко-математичні моделі

Існує значна група економічних задач, в яких до складу лінійної цільової функції або правої частини граничних умов входить параметр. Наприклад, якщо ефективність або дохід залежать від сезонних коливань, тоді критерій оптимальності повинен цю залежність відображати. Задача параметричного програмування є узагальненням задачі лінійної оптимізації. Це узагальнення полягає в тому, що дані у задачі лінійної оптимізації є не сталими величинами, а функціями, які певним чином залежать від деяких параметрів.

Наприклад, виготовлена підприємством продукція підлягає зберіганню, внаслідок чого, її вартість змінюється через втрату товарного виду або з інших причин. У такому випадку вартість продукції буде складатися із двох частин:

а) постійної – вартості на момент виготовлення;

б) змінної, яка залежить від строку зберігання продукції.

Цільову функцію задачі оптимального управління можна виразити через коефіцієнти, що лінійно залежать від параметра, у даному випадку від часу.

Можливі випадки, коли сировина для виготовлення продукції, внаслідок довгого зберігання, транспортування або з інших причин частково псується і у такий спосіб зменшуються її ефективні запаси і/або збільшуються витрати на виготовлення одиниці продукції. У таких випадках змінними є витрати і/або запаси сировини. Як і

у випадку вартості продукції їх можна представити у вигляді суми двох частин: постійної та змінної. Наприклад, щодо запасів сировини, то розподіл величини запасів на дві частини матиме вигляд:

а) постійна складова – величина запасів на момент початку виробництва;

б) змінна складова – величина запасів, яка залежить від строку зберігання продукції.

1.1. Математична модель задачі з параметрами

Задача лінійного програмування у матричній формі має вид

$$\begin{aligned} A X &\geq B \\ X &\geq 0 \\ Z = C X &\to \min(\max) \end{aligned} \qquad (6.1)$$

де A – матриця коефіцієнтів при змінних, B – матриця - стовпець вільних членів, X – матриця-стовпець невідомих, C – матриця - рядок коефіцієнтів цільової функції.

Задача параметричного програмування у загальному вигляді може бути записана так

$$\begin{aligned} \left(A' + \lambda A''\right) X &= B' + \mu B'' \\ X &\geq 0 \\ Z &= \left(C' + t C''\right) X \end{aligned} \qquad (6.2)$$

де $\lambda,\ \mu,\ t$ – числові параметри, які належать відрізку числової осі або заданим відрізкам цієї осі, одним штрихом, $\left(A', B', C'\right)$, позначено відповідні матриці, не залежні від параметрів, а двома штрихами $\left(A'', B'', C''\right)$, позначено матриці, залежні від параметрів.

Якщо $\lambda = 0,\ \mu = 0,\ t \in [\alpha, \beta]$, то маємо задачу з параметром у цільовій функції. Якщо $\lambda = 0,\ t = 0,\ \mu \in [p, q]$, то це задача з параметром у правій частині системи обмежень. Якщо $\mu = 0,\ t = 0,\ \lambda \in [a, b]$, то це задача з параметрами у лівій частині системи обмежень. У даному посібнику будемо розглядати тільки перші два випадки. Часто на практиці зустрічаються завдання, у яких значення коефіцієнтів цільової функції або коефіцієнти системи обмежень відомі лише приблизно. Представивши їх у вигляді лінійних функцій параметра, можна вивчити поведінку розв'язків задачі при різних значеннях параметра, тобто при різних значеннях цих коефіцієнтів.

Крім того, визначивши оптимальний розв'язок економічної задачі при конкретних значеннях коефіцієнтів, доцільно знати, в яких припустимих межах їх можна змінювати, щоб знайдений розв'язок залишився оптимальним. Таким чином, виникає необхідність дослідження поведінки оптимального розв'язку задачі лінійного програмування залежно від коефіцієнтів цільової функції і системи обмежень. Як бачимо, у цьому випадку також приходимо до задачі параметричного програмування.

6.2. Оптимізаційна задача з параметром у цільовій функції

Для цієї задачі характерним є те, що область допустимих розв'язків не змінюється залежно від значень параметру t. Тобто область допустимих розв'язків має фіксовану конфігурацію в просторі змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$ а цільова функція має вигляд

$$Z = \left(c_1' + tc_1''\right)x_1 + \ldots + \left(c_n' + tc_n''\right)x_n \to \min\left(\max\right) \qquad (6.3)$$

і її градієнт змінює свій напрямок залежно від значення параметру $t \in [\alpha, \beta]$. Це означає, що при різних значеннях t оптимальний розв'язок буде знаходитися в різних кутових точках області допустимих розв'язків. Таким чином, якщо область допустимих розв'язків не обмежена, то можливі випадки, коли при деяких значеннях параметру t задача має оптимальний розв'язок, а при інших значеннях t оптимального розв'язку немає.

Отже, необхідно встановити межі зміни параметру t, при яких, досягається оптимум у тій або іншій точці, або з'ясувати при яких значеннях t задача не має розв'язку.

Головна ідея методу розв'язання таких задач складається із двох частин:

- беруть фіксоване значення параметру t (а саме, $t = \alpha$, де α – нижнє значення інтервалу зміни t), тоді всі коефіцієнти цільової функції будуть постійними, і розв'язують задачу для цього випадку;
- визначають всі значення параметру t, для яких оптимальність розв'язку зберігається. Знайдені значення t виключають із проміжку $[\alpha, \beta]$ зміни параметра. Для решти значень параметру знову розв'язують задачу.

Цю процедуру повторюють доти, поки не будуть знайдені оптимальні розв'язки для всіх значень інтервалу зміни параметру.

Лекція 7. Тема 7. Динамічні моделі задач управління

У попередніх задачах лінійного програмування економічний процес вважався незалежним від часу, тобто статичним. Тому отриманий розв'язок відносився лише до одного кроку планування чи управління. Такі задачі називаються статичними або однокроковими. Однак, характерною рисою практично всіх економічних систем або економічних процесів є їх розвиток і функціонування в часі. Оптимальна стратегія управління такими системами може істотно залежати від тривалості планового періоду. Аналіз цього зв'язку можливо реалізувати за допомогою методів динамічного програмування. У теорії динамічного програмування економічний процес вважається залежним від часу, тому оптимальний розв'язок таких задач знаходиться як ряд оптимальних розв'язків, що визначаються для кожного окремого етапу. Тому задачі теорії динамічного програмування називаються багатоетапними або багатокроковими.

Динамічне програмування (планування) представляє собою математичний

апарат, що дозволяє здійснювати оптимальне планування багатокрокових (багатоетапних) керованих процесів, або процесів, які розвиваються з часом.

Економічний процес називають керованим, якщо існує можливість впливу на його розвиток.

Управлінням називається сукупність рішень, які приймаються на кожному кроці (етапі) для впливу на хід розвитку процесу. В економічних процесах управління полягає в розподілі і перерозподілі засобів на кожному етапі.

Задачі, для розв'язання яких можна застосовувати методи динамічного програмування, повинні мати наступні властивості:

- можливість фактичного або умовного розподілу початкової задачі на окремі підзадачі, кожна з яких містить меншу кількість змінних;
- однотипність підзадач;
- можливість вимірювання однаковими одиницями ефекту від прийнятого рішення в результаті розв'язання кожної підзадачі;
- можливість обчислення загального ефекту як суми ефектів, отриманих в окремих підзадачах.

7.1. Математична модель задачі динамічного програмування

Якщо моделі лінійного програмування можна використовувати в економіці при прийнятті масштабних планових рішень у складних ситуаціях, то моделі динамічного програмування використовують при розв'язанні менш глобальних завдань. Наприклад, при розробці принципів календарного планування виробництва, при розподілі дефіцитних капітальних вкладень між підприємствами, при складанні календарних планів поточного і капітального ремонту обладнання та його заміни і т.п.

Моделі динамічного програмування цінні тим, що дозволяють за допомогою стандартного підходу приймати мікроекономічні рішення. І якщо кожне взяте окремо рішення не має великого значення, то в сукупності ці рішення можуть мати великий вплив на загальний прибуток.

Загальна постановка задачі динамічного програмування. Розглянемо деякий керований процес. У результаті управління система (об'єкт управління) S протягом деякого часу переходить із початкового стану S_0 до нового стану $\hat{S}$. Із процесом зміни стану системи пов'язана зміна деякого числового критерію – ефективності. Необхідно організувати процес таким чином, щоб отримана ефективність була максимальною.

Припустимо, що керований процес можна розбити на n кроків, на кожному з яких здійснюється своє управління. Управління, що переводить систему S з початкового стану в кінцевий, є сукупністю n покрокових управлінь.

Позначимо через x_k управління на $k-$му кроці $\left(k=\overline{1,n}\right)$, тобто виберемо траєкторію системи S, що переводить систему зі стану S_{k-1} в стан S_k. Сукупність станів, у які може переходити система, називається областю можливих станів.

Нехай $X=\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right)$ – управління, за допомогою якого система S

переходить зі стану S_0 в стан $\hat{S}$. Позначивши через S_k – стан системи після $k-$го кроку, одержуємо послідовність станів $S_0,\ S_1,\ S_2,\ \ldots,\ S_{k-1},\ S_k,\ \ldots,\ S_{n-1},\ S_n = \hat{S}$, яка геометрично показана на рисунку 4.1.

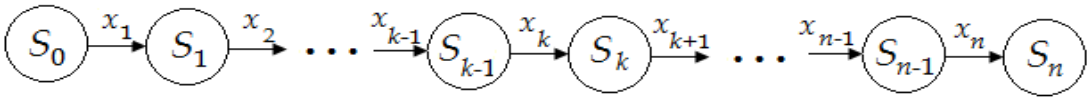


Рисунок 7.1 – Область можливих станів системи.

Геометрична інтерпретація задачі динамічного програмування полягає у виборі такої траєкторії, що належить області можливих станів системи, і з'єднує початковий S_0 і кінцевий $\hat{S}$ стани системи S, на якому значення критерію ефективності має найбільшу величину.

У задачі динамічного програмування знаходиться таке управління $X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ всією операцією, що максимізує її загальну ефективність

$$Z = \sum_{j=1}^{n} Z_j \to \max, \qquad (7.1)$$

де Z_j – ефективність на $j-$му кроці $\left(j = \overline{1,n}\right)$.

Оптимальним розв'язком цієї задачі буде управління X^*, що складається із сукупності покрокових управлінь $X^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*)$, які забезпечують максимальне значення ефективності Z^*

$$Z^* = \max_{x \in X} \{Z(x)\}. \qquad (7.2)$$

Розглянемо плановий період, що складається з декількох років, на початку якого є обладнання фіксованого віку. У процесі експлуатації обладнання дає щорічний дохід, вимагає експлуатаційних витрат і має залишкову вартість, причому всі перераховані характеристики залежать від віку обладнання.

У будь-який рік обладнання можна або зберегти або продати за залишковою вартістю і купити замість нього нове, за відомою ціною, що теж може змінюватися з часом.

Задача полягає в тому, щоб для заданого планового періоду визначити оптимальну (за сумарним прибутком) стратегію поведінки (заміна чи збереження) щодо цього устаткування.

Підкреслимо, що в такій постановці – це задача максимізації. Якщо ж за критерій оптимальності взяти умову, що сумарні витрати на експлуатацію обладнання повинні бути мінімальними, то одержимо задачу мінімізації.

Основною характеристикою обладнання, тобто параметром стану, є його вік t ($t = 0$ – вік нового обладнання). При побудові динамічної моделі задачі процес заміни обладнання розглянемо як $k-$кроковий, розбиваючи весь період експлуатації на

$k = T$ кроків.

Введемо позначення:

$r(t)$ – вартість продукції, виготовленої за 1 рік на обладнанні віку t років;

$u(t)$ – щорічні експлуатаційні витрати на обслуговування обладнання віку t років;

$s(t)$ – залишкова вартість обладнання віку t років;

p – закупівельна вартість нового обладнання;

T – тривалість планового періоду.

Для розв'язання задачі використовуємо принцип оптимальності Р. Беллмана. Розглянемо роки планового періоду, починаючи від кінця до початку. Введемо функцію умовно-оптимальних значень критерію оптимальності $f_k(t)$, що відповідає максимальній величині прибутку, отриманого від експлуатації обладнання віку t років за останні k кроків планового періоду. Вік обладнання розглядається в напрямку природного перебігу часу, тобто $t = 0$ відповідає використанню нового обладнання. Часові кроки нумеруються в зворотному напрямку, тобто $k = 1$ означає, що розглядається останній рік планового періоду. Напрями зміни t і k показані на рисунку 6.2.

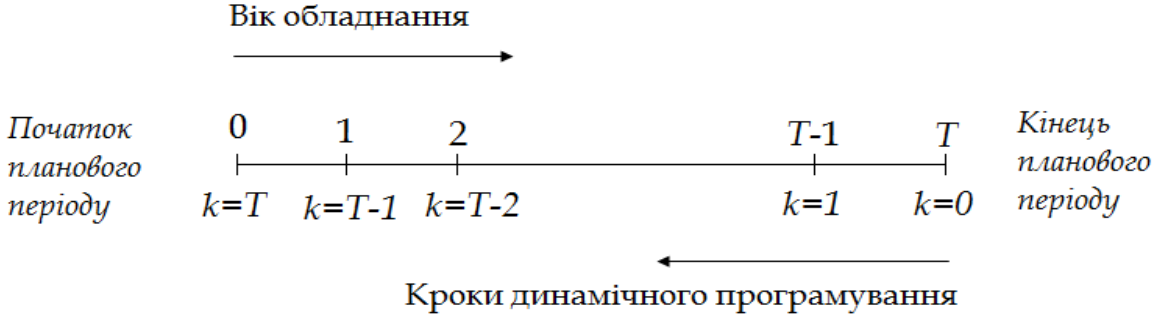


Рисунок 7.2 – Напрями зміни часу і кроків динамічного програмування

Процес розв'язання починаємо з останнього кроку. На початок останнього року, тобто для $k = 1$, зробимо всі можливі припущення. Нехай при $k = 1$ вік обладнання дорівнює t рокам. На початку $T-$го інтервалу маємо дві можливості: замінити обладнання або зберегти його. Якщо обладнання зберігаємо, то прибуток у період T дорівнює $r(t) - u(t)$; якщо обладнання заміняємо на нове, то одержимо прибуток рівний $r(0) - u(0) - p$. Оптимальною для періоду T буде така стратегія, що забезпечує найбільший прибуток за цей період. Інакше кажучи, якщо виконується умова $r(0) - u(0) - p > r(t) - u(t)$, то обладнання доцільно замінити, а у випадку виконання нерівності $r(0) - u(0) - p \le r(t) - u(t)$ його вигідно зберегти.

Таким чином, одержуємо перше функціональне рівняння

$$f_1(t)=\max\begin{cases} r(t)-u(t) & \rightarrow \textit{збереження} \\ r(0)-u(0)-p & \rightarrow \textit{заміна} \end{cases} \tag{6.3}$$

Для $k=2$ розглядаємо прибуток за останні два роки: $T-1$ і T. Оскільки вже визначені оптимальні дії, які забезпечують максимум доходу $f_1(t+1)$, то для стратегії збереження обладнання розрахункова формула доходу за два останніх роки має вигляд $r(t)-u(t)+f_1(t+1)$, для стратегії заміни обладнання маємо $r(0)-u(0)-p+f_1(t)$. Умовно оптимальною протягом останніх двох років буде стратегія, що забезпечує максимум прибутку

$$f_2(t)=\max\begin{cases} r(t)-u(t)+f_1(t+1) & \rightarrow \textit{збереження} \\ r(0)-u(0)-p+f_1(1) & \rightarrow \textit{заміна} \end{cases} \tag{6.4}$$

Аналогічні міркування справедливі і для всіх інших кроків. Загальне функціональне рівняння для обчислення умовно оптимального прибутку для $k-$го кроку можна записати у вигляді

$$f_k(t)=\max\begin{cases} r(t)-u(t)+f_{k-1}(t+1) & \rightarrow \textit{збереження} \\ r(0)-u(0)-p+f_{k-1}(1) & \rightarrow \textit{заміна} \end{cases} \tag{6.5}$$

Для останнього кроку $k=T$ одержимо максимальний прибуток

$$f_T(0)=r(0)-u(0)+f_{T-1}(1) \rightarrow \textit{збереження} \tag{6.6}$$

Співвідношення (2.3)–(2.6), що встановлюють зв'язок між $f_k(t)$ і $f_{k-1}(t)$, називаються рекурентними співвідношеннями.

Лекція 8. Тема. 8. Прийняття управлінських рішень в умовах невизначеності

8.1. Основні поняття теорії ігор.

Виникнення теорії ігор відносять до 1944 року, коли була видана монографія Дж. фон Неймана і О. Моргенштерна "Теорія ігор і економічна поведінка".

Теорія ігор – це математична теорія прийняття рішень в умовах конфлікту, тобто в умовах, коли зіштовхуються інтереси двох сторін, кожна із сторін цього конфлікту впливає на результат цього зіткнення, виходячи із власних інтересів.

Конфлікт називають антагоністичним, якщо збільшення виграшу однієї із сторін на деяку величину приводить до зменшення виграшу іншої сторони на таку ж величину.

Сторони, які беруть участь в грі називаються гравцями.

В грі можуть стикатися інтереси двох або кількох учасників, відповідно ігри розділяють на парні і множинні.

За характером взаємостосунків множинні ігри класифікують на: безкоаліційні, кооперативні і коаліційні. Безкоаліційними називаються ігри, у яких гравці не мають права вступати в угоди, вести будь які переговори, утворювати коаліції. В безкоаліційних іграх метою кожного гравця є отримання максимально можливого виграшу. Наприклад, безкоаліційнною буде військова ситуація у якій битва ведеться без компромісів, до перемоги.

Коаліційною грою називається гра, в якій гравці можуть укладати угоди, утворювати коаліції, якщо інтереси кількох учасників співпадають. Наприклад, коаліційною буде військова ситуація, в якій супротивники можуть вступати в переговори з метою досягти компромісного рішення виниклої ситуації. Коаліції в грі виступають як окремі гравці. Множинна гра перетворюється в парну, якщо її учасники утворюють дві постійні коаліції. У кооперативній грі коаліції наперед визначені.

Стратегією гравця називають сукупність правил, за якими визначається вибір варіанту дій при кожному особистому ході гравця в залежності від наявних обставин.

Гра називається грою з нульовою сумою, або антагоністичною, якщо виграш одного із гравців дорівнює програшу іншого. В таких іграх сума виграшів всіх гравців дорівнює нулю. Багато економічних ситуацій конкурентної боротьби і військових ситуацій можна розглядати як ігри з нульовою сумою В іграх з ненульовою сумою загальний виграш обох гравців відмінний від нуля. Прикладом гри з ненульовою сумою можуть бути торговельні взаємовідносини між країнами. В результаті застосування своїх стратегій всі країни можуть бути у виграші.

Гра називається скінченною, якщо число стратегій гравця скінченне і нескінченною, якщо число стратегій хоча б одного гравця нескінченне.

Стратегія називається оптимальною, якщо вона забезпечує даному гравцю при багатократному повторенні максимально можливий середній виграш, незалежно від поведінки інших гравців.

Вибір однієї із можливих стратегій гравця і її здійснення називається ходом.

Ходи бувають особисті і випадкові. Хід називають особистим, якщо гравець свідомо вибирає один із можливих варіантів дій і здійснює його. Хід називається випадковим, якщо варіант можливих дій вибирається випадковим чином.

Існують два способи представлення ігор – позиційний і нормальний. В позиційному способі будується граф послідовних кроків (дерево гри). При нормальному способі в явному вигляді записуються стратегії гравців і платіжна функція.

Парну гру з нульовою сумою зручно досліджувати, якщо вона записана в вигляді так званої платіжної матриці. Таку гру називають матричною.

В парній грі з ненульовою сумою виграш кожного гравця задається своєю платіжною матрицею. Тому такі ігри називають біматричними.

8.2. Основні труднощі застосування теорії ігор в практичних ситуаціях

Практично, при представленні конфліктної ситуації у вигляді гри виникає ряд труднощів у зв'язку з описом правил, умов, гравців, стратегій, ходів, виграшів.

Щоб описати гру, необхідно спочатку виявити її учасників. Ця умова легко здійснима, коли йдеться про ігри типу шахів. Інша справа з "ринковими іграми". Тут не завжди просто розпізнати всіх гравців, тобто діючих або потенційних конкурентів. Практика показує, що не обов'язково ідентифікувати всіх гравців, треба знайти найважливіших.

При моделюванні економічних ситуацій є також великі труднощі при описі наборів стратегій, які виникають через необхідність врахування змін стратегій під час гри, викликані дією науково-технічного прогресу (винахід, відкриття) і моментів часу застосування стратегій. Формально ці чинники можна включати в стратегії (це не викликає принципових заперечень), проте такий підхід веде до значного збільшення кількості даних стратегій, і це сильно утрудняє дослідження гри.

Є також труднощі у визначенні виграшів залежно від застосованих стратегій у зв'язку з нечітко виділеними областями дії і складністю порівняння різних благ. Задача дослідника полягає в тому, щоб дану конфліктну ситуацію по можливості привести до формалізованої гри без значних втрат реальних цілей і умов, знайти метод розв'язання такої формальної моделі, провести розрахунки і аналіз розв'язку. Подолання труднощів на шляху розв'язання ігрових ситуацій пов'язане з чіткістю розуміння економічної ситуації, виділення в ній основних правил і елементів гри: гравців, стратегій, ходів і виграшів. Потім виникає необхідність отримання методів розв'язання гри, необхідної інформації і реалізації.

Слід вказати і на наявність певних меж застосування аналітичного інструментарію теорії ігор. У наступних випадках він може бути використаний лише за умови отримання додаткової інформації.

По-перше, це той випадок, коли у підприємств склалися різні уявлення про гру, в якій вони беруть участь, або коли вони недостатньо інформовані про можливості один одного. Наприклад, може мати місце неповна інформація про платежі конкурента (структуру витрат). Якщо неповнотою характеризується не дуже складна інформація, то можна оперувати зіставленням подібних випадків з урахуванням певних відмінностей.

По-друге, теорію ігор важко застосовувати при наявності множини ситуацій рівноваги. Ця проблема може виникнути навіть в ході простих ігор з одночасним вибором стратегічних рішень.

По-третє, якщо ситуація ухвалення стратегічних рішень дуже складна, то гравці часто не можуть вибрати кращі для себе варіанти. Наприклад, на ринок в різні моменти часу можуть вступити декілька підприємств або реакція вже діючих там підприємств може виявитися складнішою, ніж агресивна або дружня.

8.3. Способи описання ігор

Існують два основних способи описання ігор.

Перший спосіб передбачає наступне:

перерахування всіх ходів , які можуть зробити гравці;

виявлення інформації, якою володіють гравці в процесі гри;

визначення можливих варіантів дій гравців;

обчислення граничних розмірів платежів в кінці гри.

Гру, записану подібним чином, називають грою в розгорнутій або екстенсивній формі, а саме описання гри представляють у вигляді дерева гри. Ігри в розгорнутій формі називають також позиційними іграми.

В позиційних іграх гра починається з ходу одного з гравців, цей гравець називається першим.

В цих іграх порядок ходів чітко визначений, тобто другий гравець знає, що зробив перший.

Гру в розгорнутій формі називають грою з повною інформацією, якщо в ній неможливо зробити кілька ходів одночасно і якщо гравцям відомі всі рішення прийняті гравцями при попередніх ходах. Прикладом гри з повною інформацією є гра в шахи. Якщо гравці не мають повної інформації один про одного, то такі ігри називають іграми з неповною інформацією. Прикладом такої гри є гра в карти, так як гравці не мають інформації про карти, які є на руках у супротивника.

Другий спосіб описання передбачає аналіз всіх можливих стратегій кожного із гравців і визначення платежів для всіх можливих комбінацій стратегій. Гру, описану цим способом, називають грою в нормальній формі. Знаючи представлення гри в розгорнутій формі завжди можна представити її в нормальній формі.

Лекція 9. Тема 9. Транспортна задача

9.1. Постановка транспортної задачі та її математична модель

Транспортна задача полягає у пошуку найбільш вигідного плану перевезення однорідного продукту з пунктів виробництва (чи зберігання) до пунктів споживання, тобто від постачальників до споживачів, ефективність якого будемо оцінювати за критерієм найменшої вартості перевезення. Транспортна задача – це специфічна задача лінійного програмування.

Сформулюємо визначення транспортної задачі. Деяку однорідну продукцію, яка знаходиться в m постачальників A_1, A_2, ..., A_m кількістю a_1, a_2, ..., a_m одиниць відповідно, потрібно перевезти n споживачам B_1, B_2, ..., B_n в кількостях b_1, b_2, ..., b_n одиниць. Відома матриця вартостей перевезення одиниці продукції від i-го постачальника до j-го споживача:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{pmatrix}.$$

Необхідно скласти такий план перевезення, щоб вивезти всю продукцію від постачальників, задовольнити потреби всіх споживачів і сумарна вартість перевезення при цьому має бути мінімальною.

Окреслена постановка задачі вимагає виконання рівності загальної суми запасу вантажу загальній сумі потреб в ньому, тобто

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j.$$

Якщо в транспортній задачі умова (4.1) виконується, то таку *транспортну задачу* називають *закритою* (з правильним балансом). Якщо ж рівність (4.1) не виконується, то транспортну задачу називають *відкритою* (з неправильним балансом).

Побудуємо математичну модель транспортної задачі. Оскільки наперед невідомо, скільки вантажу потрібно перевезти з пункту A_i до пункту B_j, щоб план перевезень був оптимальним, то позначимо його через x_{ij}. Вартість перевезення всього вантажу від постачальників до споживачів позначимо Z.

Умову транспортної задачі можна записати у вигляді таблиці:

Постачальники	Споживачі	B_1	B_2	…	B_n
	Потреби / Запаси	b_1	b_2	…	b_n
A_1	a_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	…	c_{1n} x_{1n}
A_2	a_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	…	c_{2n} x_{2n}
…	…	…	…	…	…
A_m	a_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	…	c_{mn} x_{mn}

Тоді цільова функція матиме вигляд:

$$Z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \ldots + c_{1n}x_{1n} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + \ldots + c_{2n}x_{2n} + \ldots + c_{m1}x_{m1} + \\ + c_{m2}x_{m2} + \ldots + c_{mn}x_{mn} \qquad (\min)$$

або $$Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \qquad (\min)$$

Для складання обмежень транспортної задачі скористаємося такими міркуваннями:

1) кількість вантажу, який потрібно перевезти до пункту B_j з усіх пунктів постачання, рівна $x_{1j} + x_{2j} + \ldots + x_{mj}$, а споживачеві B_j потрібно b_j одиниць вантажу, тому, враховуючи те, що всі потреби повинні бути задоволеними, можемо записати обмеження стосовно потреб:

$$x_{1j} + x_{2j} + \ldots + x_{mj} = b_j, \qquad j = \overline{1,n};$$

2) кількість вантажу, який треба вивезти з пункту постачання A_i до всіх споживачів, дорівнює $x_{i1} + x_{i2} + \ldots + x_{in}$, а постачальник має a_i одиниць вантажу і всі вантажі мають бути вивезені, тому обмеження стосовно запасів матимуть вигляд:

$$x_{i1} + x_{i2} + \ldots + x_{in} = a_i, \qquad i = \overline{1,m}.$$

В загальному випадку систему обмежень запишемо таким чином:

Форм. нижче

Ми отримали математичну модель транспортної задачі (4.2)-(4.3), де x_{ij} – кількість продукції, що перевозиться від i-го постачальника до j-го споживача; c_{ij} – вартість перевезення одиниці продукції від i-го постачальника до j-го споживача; a_i – запаси продукції i-го постачальника; b_j – попит на продукцію j-го споживача.

Тепер, виходячи з економічної постановки транспортної задачі, можемо сформулювати її математичну задачу: *серед всіх невід'ємних розв'язків системи рівнянь* (4.3) *знайти такий, при якому оптимізуюча форма* (4.2) *набуде найменшого значення.*

$$\begin{cases} x_{11}+x_{21}+\ldots+x_{m1}=b_1, \\ x_{12}+x_{22}+\ldots+x_{m2}=b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{1n}+x_{2n}+\ldots+x_{mn}=b_n, \\ x_{11}+x_{12}+\ldots+x_{1n}=a_1, \\ x_{21}+x_{22}+\ldots+x_{2n}=a_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{m1}+x_{m2}+\ldots+x_{mn}=a_m, \\ x_{ij}\ge 0, \quad i=\overline{1,m}, \quad j=\overline{1,n}, \end{cases}$$

Транспортна задача є задачею лінійного програмування, яку можна розв'язати або

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{m} x_{ij}=b_j, \qquad j=\overline{1,n}; \\ \sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij}=a_i, \qquad i=\overline{1,m}; \\ x_{ij}\ge 0, \quad i=\overline{1,m}, \quad j=\overline{1,n}. \end{cases}$$

симплекс-методом, але при розв'язуванні транспортної задачі симплексним методом ми б отримали симплекс-таблиці великих розмірів, оскільки число невідомих дорівнює $m \cdot n$. Специфічна структура цієї задачі дозволяє використати для її розв'язання ефективніший метод – метод потенціалів, який ми розглянемо в п. 9.3.

9.2. Методи побудови початкового опорного плану

Як і в симплексному методі розв'язування задач лінійного програмування, при розв'язуванні транспортної задачі потрібно мати початковий опорний план.

Розглянемо методи знаходження цього плану:

1. ***Діагональний метод (північно-західного кута).***

Побудову початкового опорного плану за методом північно-західного кута починають із заповнення лівої верхньої клітинки таблиці A_1B_1 (x_{11}), в яку записують менше з двох чисел a_1 та b_1. Далі переходять до наступної клітинки в рядку або стовпчику і заповнюють її і т.д., закінчуючи останньою правою клітинкою таблиці A_mB_n (x_{mn}).

Розглянемо алгоритм побудови початкового опорного плану транспортної задачі методом північно-західного кута:

1. Перевірка транспортної задачі на закритість. Якщо вона відкрита, то приводимо її до задачі закритого типу (п. 4.4).
2. Першою заповнюємо верхню ліву клітинку.

Заповнення клітинки A_iB_j таблиці здійснюємо за такими правилами:

а) якщо $a_i<b_j$, тобто запаси менші від потреб, то в цю клітинку записуємо весь об'єм запасу вантажу a_i, перераховуємо потреби споживача B_j, постачальника A_i вилучаємо з розгляду (наприклад, поставивши у всіх клітинках рядочка, крім заповненої, прочерки) і переходимо до заповнення наступної клітинки $A_{i+1}B_j$;

б) якщо $a_i > b_j$, тобто запаси більші від потреб, то в цю клітинку записуємо весь об'єм потреб вантажу b_j, перераховуємо запаси постачальника A_i, вилучаємо з розгляду споживача B_j (ставимо у всіх клітинках стовпчика, крім заповненої, прочерки) і переходимо до заповнення наступної клітинки A_iB_{j+1};

в) якщо $a_i = b_j$, тобто запаси рівні потребам, то в цю клітинку записуємо весь об'єм потреб чи запасів, вилучаємо з розгляду постачальника A_i і споживача B_j (ставимо в усіх клітинках стовпчика і рядка, крім заповненої, прочерки) і переходимо до заповнення наступної клітинки $A_{i+1}B_{j+1}$.

3. Серед незаповнених клітинок (без обсягу вантажу і прочерків) знову вибираємо верхню ліву клітинку таблиці і заповнюємо її за правилами, поданими в п. 2. Так продовжуємо до тих пір, доки не заповнимо всі клітинки таблиці.

4. З одержаної таблиці виписуємо початковий опорний план транспортної задачі та обчислюємо значення цільової функції при цьому плані.

Лекція 10 Тема 10. Методи експертних оцінок

10.1. Основні ідеї методів експертних оцінок

Майбутні менеджери, економісти, інженери в своїй практичній діяльності повинні постійно приймати різноманітні рішення, що стосуються, наприклад, залучення інвестицій до виробництва, вибору проекту розвитку підприємства, екологічної та соціальної політики країни. Найчастіше для розв'язання подібних проблем використовують методи експертних оцінок.

Під експертними оцінками розуміють комплекс логічних і математичних процедур, спрямованих на одержання від фахівців інформації, її аналіз і узагальнення з метою підготовки і вироблення раціональних рішень.

Методи експертних оцінок – це методи організації роботи з фахівцями-експертами і обробки думок експертів. Ці думки зазвичай виражають частково в кількісній, частково в якісній формі. Експертні дослідження здійснюють з метою підготовки інформації для прийняття рішень особою, що приймає рішення. Для проведення роботи за методом експертних оцінок створюють робочу групу, що і організує за дорученням особи, що приймає рішення, діяльність експертів, яких об'єднано (формально або по суті) в експертну комісію.

Методи експертних оцінок можна розділити на дві групи:

- методи колективної роботи експертної групи,
- методи одержання індивідуальної думки членів експертної групи.

Методи колективної роботи експертної групи припускають одержання загальної думки в ході спільного обговорення розв'язуваної проблеми. Іноді ці методи називають методами прямого одержання колективної думки. Основна перевага цих методів полягає в можливості різнобічного аналізу проблем. Недоліками методів є складність процедури одержання інформації, складність формування групової думки за індивідуальними судженнями експертів, можливість тиску авторитетів у групі.

Методи колективної роботи включають методи "мозкової атаки", "сценаріїв", "ділових ігор", "нарад" і "суду".

Методи "мозкової атаки", відомі також за назвою колективної генерації ідей, мозкового штурму, дискусійних методів, - методи засновані на вільному висуванні ідей, спрямованих на розв'язання проблеми. Потім із цих ідей відбираються найцінніші. При проведенні експертного опитування за допомогою методу колективної генерації ідей проблема повинна бути сформульована в основних термінах з виділенням центрального питання. Крім того, передбачаються відсутність

будь-якого виду критики, що перешкоджає формулюванню ідей; вільна інтерпретація ідей у рамках даного питання; прагнення до одержання максимальної кількості ідей, з огляду на принцип підвищення ймовірності корисних пропозицій зі збільшенням їхньої загальної кількості; заохочення різних комбінацій ідей і шляхів їхнього вдосконалення.

Процес висування ідей протікає таким чином: висловлювана одним із членів групи ідея породжує творчу реакцію у інших. Дослідження ефективності методу колективної генерації ідей показали, що групове мислення виробляє на 70% більше цінних нових ідей, ніж сума індивідуальних мислень. Найбільш продуктивними визнані групи в 10-15 чоловік, хоча є приклади використання і більш численних груп – до 200 чоловік.

Оскільки результати цього методу становлять не сукупність незв'язаних гіпотез, а систему ідей, жодна пропозиція не персоніфікується. Результати обговорення вважаються плодом колективної праці всієї групи. Це цілком закономірно. Адже будь-яка ідея, висловлена в цей момент одним з учасників опитування, могла вже раніше «подумки належати» його колезі, що очікує слова. Крім того, конкретна пропозиція може бути безпосередньо підказана ідеєю, поданою кимось кількома хвилинами раніше. Беручи до уваги указаний аспект, на розгляд не рекомендується виносити проблеми, що зачіпають чий-небудь пріоритет у розглянутій області.

За допомогою методу колективної генерації ідей можна успішно вирішувати багато задач маркетингових досліджень, наприклад:

- визначення можливих шляхів розвитку прогнозованого процесу або об'єкта, один із яких оптимальний; при рішенні подібних задач даний метод застосовується з метою визначення повного набору можливих шляхів розвитку;
- визначення найбільш широкого кола застосовуваних методів, якщо розв'язання проблеми вимагає паралельного або послідовного використання ряду різноманітних методів;
- виявлення кола факторів, які необхідно брати до уваги, визначаючи остаточний варіант розв'язання задачі.

Достоїнством методу "мозкової атаки" є висока оперативність одержання необхідного рішення. Основним його недоліком є складність організації експертизи, тому що іноді неможливо зібрати разом необхідних фахівців, створити невимушену атмосферу і виключити вплив посадових взаємин. До числа найважливіших недоліків методу колективної генерації ідей відносяться також значний рівень інформаційного шуму, створюваного тривіальними ідеями, спонтанний і стихійний характер генерації ідей.

Метод "сценаріїв" являє собою сукупність правил по викладу в письмовому виді пропозицій фахівців з розв'язуваної проблеми. Сценарій являє собою документ, що містить аналіз проблеми і рекомендації по його реалізації. Спочатку експерти розробляють пропозиції індивідуально, а потім вони узгоджуються і викладаються у формі єдиного документа.

Метод сценаріїв застосовують насамперед для експертного прогнозування. Це метод декомпозиції задачі прогнозування, що передбачає виділення набору окремих варіантів розвитку подій (так званих сценаріїв), у сукупності всіх можливих варіантів розвитку досліджуваного процесу. При цьому кожен окремий сценарій повинен допускати можливість досить точного прогнозування, а загальне число сценаріїв повинне бути не дуже великим. Можливість подібної декомпозиції не є очевидною. При застосуванні методу сценаріїв необхідно здійснити два етапи дослідження:

¤ побудову вичерпного, але доступного для огляду набору сценаріїв;

¤ прогнозування в рамках кожного конкретного сценарію з метою одержання відповідей на питання, що цікавлять дослідника.

Кожен з цих етапів лише частково можна формалізувати. Істотна частина міркувань проводиться на якісному рівні, як це прийнято в суспільно-економічних і гуманітарних науках. Одна із причин полягає в тому, що прагнення до зайвої формалізації і математизації приводить до штучного внесення визначеності там, де її немає по суті, або до використання громіздкого математичного апарата. Так, міркування на словесному рівні вважають переконливими в більшості ситуацій, у той час як спроба уточнити значення використовуваних слів за допомогою, наприклад, теорії нечітких множин приводить до досить громіздких математичних моделей.

Набір сценаріїв повинен бути оглядовим, тому з розгляду доводиться виключати різні малоймовірні події.. Саме по собі створення набору сценаріїв вже є предметом проведення досить серйозного експертного дослідження. Крім цього експерти також можуть оцінити ймовірності реалізації того або іншого сценарію.

Прогнозування в рамках кожного конкретного сценарію з метою одержання відповідей на питання, що цікавлять дослідника, здійснюється відповідно до певної методології прогнозування. При стабільних умовах можуть бути застосовані статистичні методи прогнозування динамічних рядів. Однак цьому повинен передувати аналіз за допомогою експертів, причому найчастіше прогнозування на словесному рівні є достатнім (для одержання висновків, які цікавлять дослідника і особу, що приймає остаточне рішення) і не потребує кількісного уточнення.

Як відомо, при прийнятті рішень на основі аналізу ситуації (його ще називають ситуаційним аналізом), у тому числі аналізі результатів прогнозних досліджень, можна виходити з різних критеріїв. Так, можна орієнтуватися на те, що ситуація складається найгіршим, найкращим, або середнім (у якому-небудь змісті) чином. Можна спробувати намітити заходи, що забезпечують мінімально припустимі корисні результати при будь-якому варіанті розвитку ситуації.

Головною перевагою методу сценаріїв є комплексне охоплення розв'язуваної проблеми в доступній для сприйняття формі. До недоліків можна віднести можливі неоднозначність та нечіткість питань, що розглядаються, і недостатню обґрунтованість окремих рішень.

Методи "ділових ігор" засновані на моделюванні функціонування соціальної системи управління при виконання операцій, спрямованих на досягнення мети дослідження. На відміну від попередніх методів, де експертні оцінки формуються в ході колективного обговорення, ділові ігри припускають активну діяльність експертної групи, за кожним членом якої закріплено певний обов'язок відповідно до заздалегідь укладених правил і програми.

Основним достоїнством методу ділових ігор є можливість розроблення в динаміці рішення проблеми з урахуванням всіх етапів досліджуваного процесу при взаємодії всіх елементів суспільної системи управління. Недолік цього методу полягає в складності організації ділової гри в умовах, наближених до реальної проблемної ситуації.

Метод "нарад" ("комісій", "круглого столу") – найпростіший і традиційний. Він припускає проведення наради або дискусії з метою вироблення єдиної колективної думки стосовно актуальної проблеми. На відміну від методу "мозкової атаки" кожен експерт може не тільки висловлювати свою думку, але і критикувати пропозиції інших членів експертної комісії. У результаті такого ретельного обговорення

зменшується можливість помилок при виробленні рішення проблеми.

Безсумнівною перевагою цього методу є простота його реалізації. Однак на нараді експертів може бути прийнята помилкова думка одного з учасників у силу його авторитету, службового становища, наполегливості або ораторських здатностей.

Метод "суду" є різновидом методу "нарад" і реалізується за аналогією з веденням судового процесу. У ролі "підсудних" виступають обрані варіанти рішення; у ролі "суддів" – особи, що приймають рішення; у ролі "прокурорів" і "захисників" – члени експертної групи. Роль "свідків" виконують різні умови вибору і доводи експертів. При веденні такого "судового процесу" відхиляються або приймаються ті або інші рішення.

Лекція 11. Тема 11. Етапи експертного оцінювання

Розглянемо окремі етапи експертного дослідження. З погляду менеджера-організатора такого дослідження доцільно виділяти наступні стадії проведення експертного опитування:

1. Постановка мети дослідження.
2. Вибір форми дослідження, визначення бюджету проекту.
3. Підготовка інформаційних матеріалів, бланків анкет, інвентарю і модератора процедури.
4. Вибір експертів.
5. Проведення експертизи.
6. Статистичний аналіз результатів.
7. Підготовка звіту з результатами експертного оцінювання.

1. Постановка мети дослідження. Перед початком експертного дослідження необхідно чітко визначити його мету і сформулювати відповідні питання для експертів. При цьому рекомендується дотримуватися наступних правил:

а) чітке визначення умов, часу, зовнішніх і внутрішніх обмежень проблеми;

б) можливість відповіді на питання з доступною людському досвіду точністю;

в) питання краще формулювати як якісне твердження, ніж як оцінку числової величини (при цьому для чисельних параметрів не рекомендується задавати більше п'яти градацій);

г) експерти повинні оцінювати можливі варіанти, не слід очікувати від них побудови закінченого плану дій та розгорнутого опису можливих рішень.

2. Вибір форми дослідження, визначення бюджету проекту. Існуючі види експертних оцінок можна класифікувати за різними ознаками. За формою участі експертів розрізняють очне та заочне оцінювання. Очний метод дозволяє зосередити увагу експертів на розв'язуваній проблемі, що підвищує якість результату, однак заочний метод може бути дешевшим. За кількістю ітерацій (повторів процедури для підвищення точності) розділяють однокрокові та багато ітераційні методи. За специфікою розв'язуваних завдань класифікують рішення, що генерують, та оцінюючі варіанти. За типами відповіді види експертних оцінок розділяють на ідейні, ранжуючі та оцінки, що відображають об'єкт у відносній або абсолютній (чисельній) шкалі. За способом обробки думок експертів розрізняють безпосередні та аналітичні форми оцінювання. За кількістю залучених до дослідження експертів – без обмеження та з обмеженням. Кожному методу відповідають свої терміни проведення і потреба в експертах.

Після вибору методу експертного оцінювання можна визначити витрати на процедуру, які включають: оплату експертів, оренду приміщення, канцтовари,

оплату фахівця з проведення і аналізу результатів експертизи.

3. Підготовка інформаційних матеріалів, бланків анкет, інвентарю і модератора процедури. Експерти, перед винесенням судження, повинні різнобічно розглянути представлену проблему. Тому, для проведення процедури необхідно підготувати інформаційні матеріали з описом проблеми, наявні статистичні дані, довідкові матеріали.

Варто уникати наступних помилок: згадувати розроблювачів матеріалів, виділяти той або інший варіант рішення, виражати ставлення керівництва до очікуваних результатів. Дані повинні бути різнобічними і нейтральними.

Заздалегідь необхідно розробити бланки анкет для експертів. Залежно від методу вони можуть бути з відкритими або з закритими питаннями, відповідь може даватися у вигляді судження, парного порівняння, упорядкованого за певним правилом ряду, у балах або у вигляді абсолютної оцінки. Саму процедуру здійснює незалежний модератор процедури, що контролює дотримання регламенту, роздає матеріали і анкети, але сам не висловлює свою думку.

4. Вибір експертів. Проблема вибору експертів є однією з найскладніших у теорії і практиці експертних досліджень. Очевидно, що як експертів необхідно запрошувати тих людей, чиї судження найбільше можуть допомогти ухваленню адекватного рішення. Експерти повинні мати досвід в областях, що відповідають розв'язуваним завданням.

У проблемі вибору експертів можна виділити дві складові:

- складання списку можливих експертів;
- вибір з них експертної комісії згідно з компетентністю кандидатів.

Складання списку можливих експертів полегшується тоді, коли розглянутий вид експертизи проводиться багаторазово. У таких ситуаціях звичайно ведеться реєстр можливих експертів, наприклад, в області державної екологічної експертизи або суддівства фігурного катання. Якщо експертиза проводиться вперше, тоді списки можливих експертів ще відсутні. Однак і в цьому випадку в кожного конкретного фахівця є деяке уявлення про те, що потрібно від експерта в подібній ситуації.

Для формування списку корисним є метод "сніжної грудки", при якому від кожного фахівця, якого запросили як експерта, одержують певну кількість (найчастіше 5–10) прізвищ тих, хто може бути експертом з тематики, що розглядається. Кожного з запропонованих знову опитують за тою же схемою. Процес розширення списку зупиняється, коли нові прізвища практично перестають зустрічатися. У результаті утворюється досить великий список фахівців, яких можливо залучити до експертного дослідження.

Описаний метод "сніжної грудки" має і недоліки. До них відносяться наступні. Число турів до зупинки процесу нарощування грудки не можна заздалегідь передбачити. Крім того, ясно, що якщо на першому етапі всі експерти додержувалися в чомусь близьких поглядів або займалися подібною діяльністю, то і метод "сніжної грудки" виявить, швидше за все, осіб із цієї ж наукової школи. Думки і аргументи інших шкіл будуть упущені.

Питання про оцінку компетентності експертів є не менш складним. Ясно, що успішна участь у попередніх експертизах є гарним критерієм для діяльності дегустатора, лікаря, судді в спортивних змаганнях, тобто таких експертів, які беруть участь у довгих серіях однотипних експертиз. Однак, на жаль, найцікавішими і найважливішими є унікальні експертизи великих проектів, що не мають аналогів.

Використання формальних показників експертів (посада, вчені ступінь і звання, стаж, число публікацій і т.д.) у сучасних умовах може носити лише допоміжний характер, хоча подібні показники найпростіше застосовувати і за допомогою їх обґрунтовувати вибір експертної комісії.

Часто пропонують використовувати методи самооцінки і взаємооцінки компетентності експертів.

Метод самооцінки полягає у тому, що експерт сам подає інформацію про те, у яких областях він компетентний, а в яких – ні. З одного боку, хто краще може знати можливості експерта, чим він сам? З іншого боку, при самооцінці компетентності скоріше оцінюється ступінь самовпевненості експерта, чим його реальна компетентність. Тим більше, що саме поняття "компетентність" не є строго визначеним. Можна його уточнювати, виділяючи складові, але при цьому ускладнюється попередня частина діяльності експертної комісії. Досить часто експерт перебільшує свою реальну компетентність. Наприклад, більшість людей вважають, що вони добре розбираються в політиці, економіці, проблемах виховання дітей, сім'ї та медицини. Насправді експертів (і навіть знаючих людей) у цих областях, на жаль, досить мало. Бувають також відхилення в іншу сторону – надмірно критичне відношення фахівців до своїх можливостей.

При використанні методу взаємооцінки, крім можливості прояву особистісних і групових симпатій і антипатій, значну роль відіграє мала поінформованість експертів про можливості один одного. У сучасних умовах досить гарне знайомство з роботами і можливостями один одного може бути лише у тих фахівців, хто багато років (не менш трьох-чотирьох) працював спільно, в одній кімнаті, над однією темою. Однак залучення таких пар фахівців не є дуже доцільним, оскільки їхні погляди через схожість життєвого шляху є занадто схожими.

Якщо процедура експертного опитування припускає безпосереднє спілкування експертів, необхідно враховувати ще ряд обставин. Велике значення мають їх особистісні (соціально-психологічні) якості. Так, один єдиний "балакун" може паралізувати діяльність всієї комісії на спільному засіданні. До зриву можуть привести і неприязні відносини членів комісії, і науковий і посадовий статус членів комісії, якщо він сильно різниться. Необхідно підкреслити, що підбор експертів – одна з основних функцій робочої групи експертного дослідження. Саме на робочій групі лежить відповідальність за компетентність експертів, за їх принципову здатність вирішити поставлене завдання. Керівництво проектом затверджує список експертів і може як додати в комісію окремих експертів, так і викреслити деяких з них за власними міркуваннями, з якими членам робочої групи і експертної комісії знайомитися немає необхідності.

5. Проведення експертизи. Проведення процедури відрізняється залежно від використовуваного методу. Загальними рекомендаціями при цьому стають наступні:

1. Перешкоджання тиску авторитетів (експерт часто боїться суперечити думці більшості або думці найповажнішого фахівця).
2. Установлення і дотримання регламенту (збільшення часу на ухвалення рішення понад оптимальний не підвищує точність відповіді).

При проведенні експертизи слід обов'язково провести попереднє узгодження правил опитування експертів.

6. Статистичний аналіз результатів. Після одержання відповідей експертів необхідно провести їхню оцінку. Це дозволяє:

1. оцінити узгодженість думок експертів. При відсутності значимої узгодженості експертів необхідно виявити причини неузгодженості (наявність груп) і визнати відсутність узгодженої думки (незначні результати);
2. оцінити помилку дослідження;
3. побудувати модель властивостей об'єкта на основі відповідей експертів (для аналітичної експертизи).

7. Підготовка звіту з результатами експертного оцінювання. У звіті вказується мета дослідження, склад експертів, отримана оцінка і статистичний аналіз результатів.

Запитання для перевірки знань

1. Необхідність, можливість і значення застосування економіко-математичних методів у плануванні й управлінні.

2. Основні методичні принципи економіко-математичного моделювання виробничих процесів.

3. Форми законів розподілу випадкової величини.

4. Закон нормального розподілу і його значення в математичній статистиці.

5. Визначення вірогідності попадання випадкової величини в заданий інтервал.

6. Стандартизація нормального закону розподілу.

7. Грубі, систематичні й випадкові помилки.

8. Розподіл випадкових помилок.

9. Довірчі межі розподілу випадкових помилок.

10. Послідовність попередні обробки спостережень і техніко-економічної інформації.

11. Етапи математико-статистичного моделювання техніко-економічних показників.

12. Обгрунтування обсягу вибірки або достатності вихідної інформації.

13. Визначення поняття кореляції.

14. Визначення поняття регресії.

15. Етапи процесу кореляційного і регресійного аналізу.

16. Емпірична і теоретична лінії регресії.

17. Форми математичного рівняння зв'язку.

18. Перетворення математичних функцій до лінійного виду.

19. Знаходження невідомих параметрів рівняння.

20. Коефіцієнт кореляції.

21. Лінійність (нелінійність) зв'язку між змінними.

22. Оцінка відхилень досліджуваних даних щодо теоретичної лінії регресії.

23. Складання системи рівнянь для визначення множинної регресії у стандартизованому і натуральному масштабі.

24. Проблема мультиколінеарності і методика її виявлення.

25. Поетапне приєднання аргументів при розробці множинної регресії.